УДК 539.3

К.В. АВРАМОВ, д-р техн. наук; проф. НТУ «ХПИ»;
А.В. БОРИСЮК, аспирант НТУ «ХПИ»

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ НА ОБЛАСТИ ДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РОТОРОВ

Получена математическая модель колебаний несимметричного однодискового ротору на нелинейных подшипниках скольжения. Для моделирования масляного пласта используется аналитическое решение уравнения Рейнольдса для коротких подшипников. Исследовано влияние параметров ротора и подшипника скольжения на стойкость движения. Получены зависимости угловой скорости, при которой возникает бифуркация Хопра, от основных параметров подшипника и ротора.

Отримано математичну модель коливань несиметричного однодискового ротору на нелінійних підшипниках ковзання. Для моделювання масляного шару використовується аналітичний розв’язок рівняння Рейнольдса для коротких підшипників. Досліджено вплив параметрів ротора та підшипника ковзання на стійкість руху. Одержані залежності кутової швидкості, при якій виникає біфуркація Хопра, від основних параметрів підшипника та ротора.

The model of nonlinear vibrations of one disk rotor supported by two journal bearing is obtained. The fluid film in journal bearing is described by the Reynolds’ equation. The influence of the parameters of rotor and bearing on the stability of motion is stydied. The dependences of angular velocity, at which the Hopf bifurcation occurs, of the main parameters of the bearing and rotor is obtained.

Введение.

Радиальные подшипники скольжения широко применяются в турбогенераторах, двигателях внутреннего сгорания, в роторах стационарных газотурбинных установок. В процессе эксплуатации в подшипниках возникают усилия, которые приводят к возникновению автоколебаний роторов. Методы расчета, основные функции и допустимые рабочие параметры подшипников скольжения описаны в ГОСТ ISO 7902–1–2001 – 7902–3–2001. Однако в этих документах нет четких рекомендаций к выбору оптимальных рабочих параметров подшипника. В монографии [1] представлены теоретические основы расчетов подшипников скольжения. Олимпиев [2] получил аналитические выражения для распределения давлений масляной пленки в коротких подшипниках скольжения. В монографии [3] рассматривается устойчивость цапфы в подшипнике скольжения. В работе [4] исследуется влияние различных граничных условий на функцию распределения давления в радиальном бесконечно длинном подшипнике скольжения. В [5] исследовалось распределение давления в подшипнике с учетом деформации рабочей поверхности.

В данной работе выводятся уравнения колебаний однодискового несимметричного ротора в подшипниках скольжения. Силы масляного слоя, действующие на цапфы роторов, определяются из аналитического решения уравнения Рейнольдса для коротких подшипников. Для исследования влияния параметров подшипника и ротора на устойчивость движения рассматривается линеаризованная модель и численно определяются характеристические показатели.

Методы расчета, основные функции и допустимые рабочие параметры подшипников скольжения представлены в ГОСТ ISO 7902–1–2001 – 7902–3–2001. Но в перечисленных нормативных документах нет четкого определения значений всех параметров подшипника. Целью данной работы является исследование влияния основных рабочих параметров подшипника скольжения и ротора на устойчивость движения ротора. Полученные зависимости не являются тривиальными и не следуют из общей теории механических колебаний.

1 Постановка задачи и уравнения движения.

Ротор представим в виде упругого вала и жесткого диска, который крепится к валу. Концы вала устанавливаются в коротких подшипниках скольжения. Подшипник скольжения является коротким, если выполняется условие $L_b < R$, где $L_b, R-$ длина и радиус подшипника. В процессе эксплуатации ротора, цапфы A и B совершают колебания. Перемещения цапф A и B в плоскостях, перпендикулярных оси ротора, описываются обобщенными координатами (x_1, y_1) и (x_2, y_2). Схема расположения цапфы ротора в подшипнике скольжения представлена на рис. 1. В подшипнике возникают усилия масляного слоя, которые действуют на цапфы ротора. Проекции этих сил на оси (см. рис. 1) обозначим через $F_x(x_i, y_i), F_y(x_i, y_i), i = 1, 2$. Движение точки крепления диска к валу опишем двумя обобщенными координатами (x, y), а углы поворота диска относительно осей x, y обозначим через θ_1, θ_2.

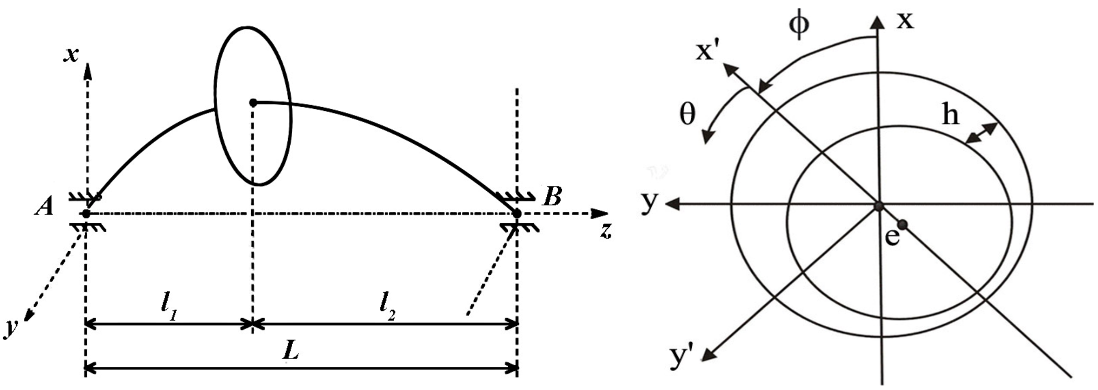


Рис. 1. Эскиз ротора и его цапфы ротора в подшипнике скольжения

Ротор вращается вокруг оси z со скоростью Ω (рис.1). Угловая скорость диска определяется так [6]:

$$\vec{\omega} = \omega_1 \vec{e}_1^{(3)} + \omega_2 \vec{e}_2^{(3)} + \omega_3 \vec{e}_3^{(3)}, \qquad (1)$$

где

$$\omega_1 = \dot{\theta}_1 \cos\theta_2 \cos\theta_3 + \dot{\theta}_2 \sin\theta_3;$$

$$\omega_2 = \dot{\theta}_2 \cos\theta_3 - \dot{\theta}_1 \cos\theta_2 \sin\theta_3;$$

$$\omega_3 = \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_1 \sin\theta_2.$$

Из последнего уравнения выведем следующее соотношение: $\Omega = \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_1 \sin\theta_2$.

Кинетическую энергию диска представим так:

$$T = \frac{I_e}{2}\left(\dot{\theta}_2^2 + \dot{\theta}_1^2 \cos^2\theta_2\right) + \frac{I_p}{2}\left(\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_1 \sin\theta_2\right)^2 + \frac{m}{2}\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2\right), \qquad (2)$$

где $m-$ масса диска; I_e, I_p $-$ экваториальный и полярный моменты инерции диска.

Потенциальную энергию ротора представим так:

$$\Pi=\frac{1}{2}c_{11}\left[\left(x-\varsigma_1x_2-\varsigma_2x_1\right)^2+\left(y-\varsigma_2y_1-\varsigma_1y_2\right)^2\right]+$$
$$+\frac{1}{2}c_{22}\left[\left(\theta_2-\frac{x_2-x_1}{l}\right)^2+\left(\theta_1+\frac{y_2-y_1}{l}\right)^2\right]+$$
$$+c_{12}\left[\left(x-\varsigma_1x_2-\varsigma_2x_1\right)\left(\theta_2-\frac{x_2-x_1}{l}\right)-\left(y-\varsigma_2y_1-\varsigma_1y_2\right)\left(\theta_1+\frac{y_2-y_1}{l}\right)\right], \qquad (3)$$

где c_{11}, c_{12}, c_{22} – элементы матрицы жесткости стержня; $\varsigma_1=\frac{l_1}{l}, \varsigma_2=\frac{l_2}{l}$; параметры l_1, l_2 показаны на рис. 1.

Массами цапф ротора пренебрежем. Составим уравнения Лагранжа, описывающие движение системы. Эти уравнения состоят из четырех дифференциальных уравнений, описывающих движение ротора, и четырех алгебраических уравнений, описывающих квазистатическое равновесие цапф. Эти уравнения представим в следующем виде:

$$\begin{cases}
m\ddot{x}+c_{11}\left(x-\varsigma_1x_2-\varsigma_2x_1\right)+c_{12}\left(\theta_2-\frac{x_2-x_1}{l}\right)=-mg\,;\\
m\ddot{y}+c_{11}\left(y-\varsigma_1y_2-\varsigma_2y_1\right)+c_{12}\left(\theta_1-\frac{y_2-y_1}{l}\right)=0\,;\\
I_e\ddot{\theta}_1\cos^2\theta_2-I_e\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\sin2\theta_2+I_p\ddot{\theta}_3\sin\theta_2+I_p\Omega\dot{\theta}_2\cos\theta_2-\frac{I_p}{2}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\sin2\theta_2+\\
+I_p\ddot{\theta}_1\sin^2\theta_2+I_p\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\sin2\theta_2+c_{22}\left(\theta_1+\frac{y_2-y_1}{l}\right)-c_{12}\left(y-\varsigma_2y_1-\varsigma_1y_2\right)=0\,;\\
I_e\ddot{\theta}_2+\frac{I_e}{2}\dot{\theta}_1^2\sin\left(2\theta_2\right)-I_p\Omega\dot{\theta}_1\cos\theta_2+c_{22}\left(\theta_2-\frac{x_2-x_1}{l}\right)+c_{12}\left(x-\varsigma_1x_2-\varsigma_2x_1\right)=0\,; \qquad (4)\\
\left(\frac{c_{12}}{l}-\varsigma_2c_{11}\right)\left(x-\varsigma_1x_2-\varsigma_2x_1\right)+\left(\frac{c_{22}}{l}-\varsigma_2c_{12}\right)\left(\theta_2-\frac{x_2-x_1}{l}\right)=F_x\left(x_1,\,y_1\right);\\
\left(\frac{c_{12}}{l}-\varsigma_2c_{11}\right)\left(y-\varsigma_1y_2-\varsigma_2y_1\right)+\left(\varsigma_2c_{12}-\frac{c_{22}}{l}\right)\left(\theta_1+\frac{y_2-y_1}{l}\right)=F_y\left(x_1,\,y_1\right);\\
\left(\varsigma_1c_{11}+\frac{c_{12}}{l}\right)\left(x-\varsigma_1x_2-\varsigma_2x_1\right)+\left(\frac{c_{22}}{l}+\varsigma_1c_{12}\right)\left(\theta_2-\frac{x_2-x_1}{l}\right)=-F_x\left(x_2,\,y_2\right);\\
\left(\frac{c_{22}}{l}+\varsigma_1c_{12}\right)\left(\theta_1+\frac{y_2-y_1}{l}\right)-\left(\varsigma_1c_{11}+\frac{c_{12}}{l}\right)\left(y-\varsigma_2y_1-\varsigma_1y_2\right)=F_y\left(x_2,\,y_2\right)
\end{cases}$$

Так как рассматривается горизонтальный ротор, то под действием силы тяжести он занимает состояние равновесия, которое определяется следующими величинами обобщенных координат: $\left(\bar{x},\bar{y},\bar{\theta}_1,\bar{\theta}_2,\bar{x}_1,\bar{y}_1,\bar{x}_2,\bar{y}_2\right)$. Координаты равновесия цапф определяются из следующей системы нелинейных алгебраических уравнений:

$$\begin{gathered} F_X(\bar{x}_1,\bar{y}_1)=mg\frac{l_2}{l};\quad F_X(\bar{x}_2,\bar{y}_2)=mg\frac{l_1}{l}; \\ F_Y(\bar{x}_1,\bar{y}_1)=0;\quad F_Y(\bar{x}_2,\bar{y}_2)=0. \end{gathered} \tag{5}$$

Координаты равновесия диска определяются так:

$$\begin{gathered} \bar{x}=\varsigma_1\bar{x}_2+\varsigma_2\bar{x}_1-\frac{mgc_{22}}{c_{11}c_{22}-c_{12}^2};\quad \bar{y}=\varsigma_2\bar{y}_1+\varsigma_1\bar{y}_2; \\ \bar{\theta}_1=\frac{\bar{y}_1-\bar{y}_2}{l};\quad \bar{\theta}_2=\frac{\bar{x}_2-\bar{x}_1}{l}+\frac{mgc_{12}}{c_{11}c_{22}-c_{12}^2}. \end{gathered} \tag{6}$$

Рассмотрим движения относительно найденного состояния равновесия. Для этого введем следующую замену переменных:

$$\begin{gathered} (x,y,\theta_1,\theta_2,x_1,y_1,x_2,y_2)\to \\ \to(\bar{x}+x,\bar{y}+y,\bar{\theta}_1+\theta_1,\bar{\theta}_2+\theta_2,\bar{x}_1+x_1,\bar{y}_1+y_1,\bar{x}_2+x_2,\bar{y}_2+y_2). \end{gathered} \tag{7}$$

Окончательно, движение диска описываются следующей системой уравнений:

$$m\ddot{x}=R_X^{(1)};\ I_e\ddot{\theta}_2-I_p\Omega\dot{\theta}_1+R_X^{(2)}=0;\quad m\ddot{y}=R_Y^{(1)};\ I_e\ddot{\theta}_1+I_p\Omega\dot{\theta}_2-R_Y^{(2)}=0, \tag{8}$$

где
$$\begin{gathered} R_X^{(1)}=\tilde{F}_X(x_2,y_2)+\tilde{F}_X(x_1,y_1);\quad R_X^{(2)}=-l_2\tilde{F}_X(x_2,y_2)+l_1\tilde{F}_X(x_1,y_1); \\ R_Y^{(1)}=\tilde{F}_Y(x_1,y_1)+\tilde{F}_Y(x_2,y_2);\quad R_Y^{(2)}=l_1\tilde{F}_Y(x_1,y_1)-l_2\tilde{F}_Y(x_2,y_2). \end{gathered}$$

2 Интегральные силовые факторы масляного слоя.

Проекции сил, действующих со стороны масляного слоя на цапфы ротора, представим так:

$$F_X=\int_0^{L_B}\int_0^{\pi}\cos(\theta+\phi)p(z_1,\theta)Rd\theta dz_1;\quad F_Y=-\int_0^{L_B}\int_0^{\pi}\sin(\theta+\phi)p(z_1,\theta)Rd\theta dz_1, \tag{9}$$

где $p(z_1,\theta)$ – распределение давления в подшипнике скольжения; z_1 – продольная координата подшипника; θ – угловая координата подшипника.

Давление в подшипнике скольжения описывается уравнением Рейнольдса, которое для случая короткого подшипника принимает вид [1]:

$$\frac{\partial}{\partial z_1}\left(\frac{h^3}{6\mu}\frac{\partial p}{\partial z_1}\right)=\Omega\frac{\partial h}{\partial\theta}+2\frac{\partial h}{\partial t}, \tag{10}$$

где μ – кинематическая вязкость смазочного материала.

Величина h (рис. 1) определяется так:

$$h=c+e\cos\theta=c-x\cos(\theta)-y\sin(\theta), \tag{11}$$

где c – величина зазора между цапфой ротора и рабочей поверхностью подшипника; (x, y) – координаты центра цапфы. Предполагается, что масляный слой занимает область $\theta \in [0; \pi]$ [2–4]. Граничные условия для уравнения Рейнольдса (10) имеют вид: $p(0, \theta) = p(L_b, \theta) = 0$. Тогда давление, действующее со стороны масляного слоя на цапфу ротора, определяется так:

$$p(z_1, \theta) = \frac{3\mu}{h^3}\left(\Omega\frac{\partial h}{\partial \theta} + 2\frac{\partial h}{\partial t}\right)(z_1 - L_B)z_1. \tag{12}$$

Введем следующие безразмерные параметры:

$$\tilde{x}_j = \frac{x_j}{c}; \quad \tilde{y}_j = \frac{y_j}{c}; \quad H = \frac{h}{c}; \quad \tau = \Omega\, t. \tag{13}$$

Тогда, с учетом (13), проекции сил (9) можно записать так:

$$\begin{cases} F_X = \dfrac{L_B^3 \mu R\Omega}{2c^2}\displaystyle\int_0^\pi H^{-3}\cos(\theta+\phi)\{\tilde{x}_1\sin(\theta+\phi) - \tilde{y}_1\cos(\theta+\phi) - \\ \qquad - 2\tilde{x}_1'\cos(\theta+\phi) - 2\tilde{y}_1'\sin(\theta+\phi)\}d\theta; \\ F_Y = \dfrac{L_B^3 \mu R\Omega}{2c^2}\displaystyle\int_0^\pi H^{-3}\sin(\theta+\phi)\{\tilde{x}_1\sin(\theta+\phi) - \tilde{y}_1\cos(\theta+\phi) - \\ \qquad - 2\tilde{x}_1'\cos(\theta+\phi) - 2\tilde{y}_1'\sin(\theta+\phi)\}d\theta, \end{cases} \tag{14}$$

где $H = 1 - \tilde{x}_1\cos(\theta+\phi) - \tilde{y}_1\sin(\theta+\phi)$.

Когда ротор находится в состоянии равновесия, решение (12) принимает следующее значение: $p = \dfrac{-3\mu e\Omega\sin\theta}{(c + e\cos\theta)^3}z_1(z_1 - L_b)$. Уравнения равновесия цапфы запишем так:

$$F_{X'} = G\cos\phi_e; \quad F_{Y'} = -G\sin\phi_e, \tag{15}$$

где $F_{X'}$, $F_{Y'}$ – проекции сил в направлении осей x', y' (рис. 1); ϕ_e – угол линии центра для равновесного состояния; G – значение вертикальной силы в подшипнике.

Для цапф A и B сила G принимает следующий вид: $G_A = mg\dfrac{l_2}{l}$, $G_B = mg\dfrac{l_1}{l}$. Тогда проекции сил (13) представим так:

$$F_{X'} = \frac{L_B^3\mu\,\Omega R\varepsilon^2}{c^2(1-\varepsilon^2)^2}; \quad F_{Y'} = -\frac{\pi\, L_B^3\mu\,\Omega R\varepsilon}{4c^2(1-\varepsilon^2)^{3/2}}. \tag{16}$$

Из выражений (15) и (16) получим нелинейное алгебраическое уравнение для определения величины эксцентриситета ε: $G = \dfrac{L_B^3 \mu \Omega R \varepsilon}{4c^2 \left(1-\varepsilon^2\right)^2} \sqrt{16\varepsilon^2 + \pi^2 \left(1-\varepsilon^2\right)}$. Тогда координаты равновесия цапфы A запишем так:

$$\widetilde{x}_{1,0} = \frac{\overline{x}_1}{c} = -\varepsilon_1 \cos\phi_{e1};\ \widetilde{y}_{1,0} = \frac{\overline{y}_1}{c} = -\varepsilon_1 \sin\phi_{e1};\ \mathrm{tg}\phi_{e1} = \frac{\pi\sqrt{1-\varepsilon_1^{\ 2}}}{4\varepsilon_1}. \qquad (17)$$

Индекс 1 у величин ε и ϕ_e обозначает, что эти параметры описывают равновесие цапфы A. Рассмотрим динамику ротора относительно найденного положения равновесия, используя замену переменных: $\widetilde{x}_i \to \widetilde{x}_i + \widetilde{x}_{i,0}$; $\widetilde{y}_i \to \widetilde{y}_i + \widetilde{y}_{i,0}$; $i = 1,2$. Тогда проекции сил представим в виде степенного ряда относительно обобщенных перемещений $(\widetilde{x}_1, \widetilde{x}_2, \widetilde{y}_1, \widetilde{y}_2)$ и скоростей $(\widetilde{x}_1', \widetilde{x}_2', \widetilde{y}_1', \widetilde{y}_2')$ цапф:

$$\begin{aligned} F_X &= F_{X,0} + F_{X,1}\left(\widetilde{x}_1, \widetilde{y}_1, \widetilde{x}_1', \widetilde{y}_1'\right) + F_{X,2}\left(\widetilde{x}_1, \widetilde{y}_1, \widetilde{x}_1', \widetilde{y}_1'\right) + ...; \\ F_Y &= F_{Y,0} + F_{Y,1}\left(\widetilde{x}_1, \widetilde{y}_1, \widetilde{x}_1', \widetilde{y}_1'\right) + F_{Y,2}\left(\widetilde{x}_1, \widetilde{y}_1, \widetilde{x}_1', \widetilde{y}_1'\right) + ..., \end{aligned} \qquad (18)$$

где $F_{X,0}, F_{Y,0}$ – постоянные составляющие силы; $F_{X,1}, F_{Y,1}$ – линейные относительно обобщенных координат и скоростей проекции сил; $F_{X,2}, F_{Y,2}$ – нелинейные составляющие сил.

3 Уравнения линейных колебаний ротора.

Линеаризуем уравнения колебаний ротора (8). Тогда эти уравнения примут следующий вид:

$$[M]\ddot{q}(t) + [G]\dot{q}(t) = [K]q_1(\tau) + [D]q_1{}'(\tau), \qquad (19)$$

где $q = \left(x, \theta_1, y, \theta_2\right)^T$; $q_1 = \left(x_1, y_1, x_2, y_2\right)^T$; $q_1{}' = \dfrac{d}{d\tau}\left(x_1, y_1, x_2, y_2\right)$;

$$[M] = \mathrm{diag}\left(m, I_e, m, I_e\right);$$

$$[G] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_p \cdot \Omega \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_p \cdot \Omega & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Коэффициенты матриц $[K]$ и $[D]$ находятся из выражений для проекций сил масляного слоя (18) и уравнения движения (8). Подчеркнем, что в уравнении (19) присутствуют как обобщенные координаты диска ротора q, так и обобщенные координаты цапф ротора q_1. Алгебраические уравнения, входящие в систему (4), описывают зависимость между этими координатами. В матричной форме эта зависимость принимает вид:

$$[R]q = [\widetilde{D}]q_1, \tag{20}$$

где

$$[\widetilde{D}] = \begin{bmatrix} \gamma \overline{K}_{11}^{(x)} - cr_{11} & \gamma \overline{K}_{12}^{(x)} & -cr_{12} & 0 \\ \gamma \overline{K}_{11}^{(y)} & \gamma \overline{K}_{12}^{(y)} - cr_{11} & 0 & -cr_{12} \\ cr_{12} & 0 & cr_{32} - \gamma \overline{K}_{11}^{(x)} & -\gamma \overline{K}_{12}^{(x)} \\ 0 & -cr_{12} & \gamma \overline{K}_{11}^{(y)} & \gamma \overline{K}_{12}^{(y)} - cr_{32} \end{bmatrix};$$

$$[R] = \begin{bmatrix} l^{-1}c_{12} - \varsigma_2 c_{11} & 0 & 0 & l^{-1}c_{22} - \varsigma_2 c_{12} \\ 0 & c_{12}\varsigma_2 - c_{22}l^{-1} & l^{-1}c_{12} - \varsigma_2 c_{11} & 0 \\ c_{11}\varsigma_1 + c_{12}l^{-1} & 0 & 0 & l^{-1}c_{22} + c_{12}\varsigma_1 \\ 0 & l^{-1}c_{22} + c_{12}\varsigma_1 & -c_{11}\varsigma_1 - c_{12}l^{-1} & 0 \end{bmatrix};$$

$$r_{11} = -2\varsigma_2 c_{12} l^{-1} + \varsigma_2^2 c_{11} + c_{22} l^{-2}; \;\; r_{12} = (\varsigma_2 - \varsigma_1) c_{12} l^{-1} + \varsigma_1 \varsigma_2 c_{11} - c_{22} l^{-2};$$

$$r_{32} = \varsigma_1^2 c_{11} + 2\varsigma_1 c_{12} l^{-1} + c_{22} l^{-2};$$

$$\gamma \overline{K}_{11}^{(x)} = \frac{\partial \widetilde{F}_x}{\partial \widetilde{x}_1} = \frac{\partial \widetilde{F}_x}{\partial \widetilde{x}_2}; \;\; \gamma \overline{K}_{12}^{(x)} = \frac{\partial \widetilde{F}_x}{\partial \widetilde{y}_1} = \frac{\partial \widetilde{F}_x}{\partial \widetilde{y}_2};$$

$$\gamma \overline{K}_{11}^{(y)} = \frac{\partial \widetilde{F}_y}{\partial \widetilde{y}_1} = \frac{\partial \widetilde{F}_y}{\partial \widetilde{y}_2}; \;\; \gamma \overline{K}_{12}^{(y)} = \frac{\partial \widetilde{F}_y}{\partial \widetilde{y}_1} = \frac{\partial \widetilde{F}_y}{\partial \widetilde{y}_2}.$$

Тогда систему (19) представим в следующем виде

$$[M]\ddot{q}(t) + [G]\dot{q}(t) = [K_1]\dot{q}(t) + \Omega^{-1}[D_1]\dot{q}(t), \tag{21}$$

где $[K_1] = [K][\widetilde{D}]^{-1}[R]$; $[D_1] = [D][\widetilde{D}]^{-1}[R]$.

Для оценки устойчивости вращения ротора с постоянной угловой скоростью Ω определяются характеристические показатели λ. Они находятся из следующего нелинейного алгебраического уравнения относительно λ:

$$Det\{[M]\lambda^2 + [G]\lambda - [D_1]\lambda\Omega^{-1} - [K_1]\} = 0.$$

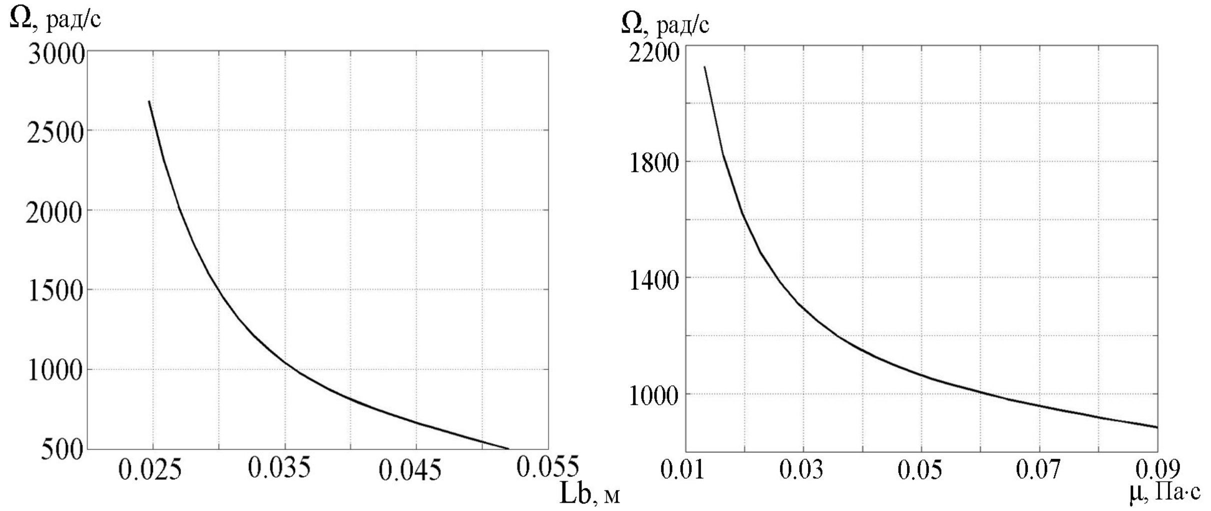
4 Численный анализ системы.

Рассмотрим динамику ротора со следующими параметрами [6]:

$$R = 0{,}057 \text{ м}; \;\; \mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}; \;\; L_b = 28{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \;\; c = 0{,}2 \cdot 10^3 \text{ м};$$
$$l_1 = 0{,}5 \text{ м}; l_2 = 0{,}648 \text{ м}; I_p = 28{,}4 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \;\; I_e = 14{,}2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \;\; E = 2{,}1 \cdot 10^{11} \text{ Па}.$$

Частота вращения ротора, при которой он теряет устойчивость равномерного вращения, составляет Ω = 1710 рад/с.

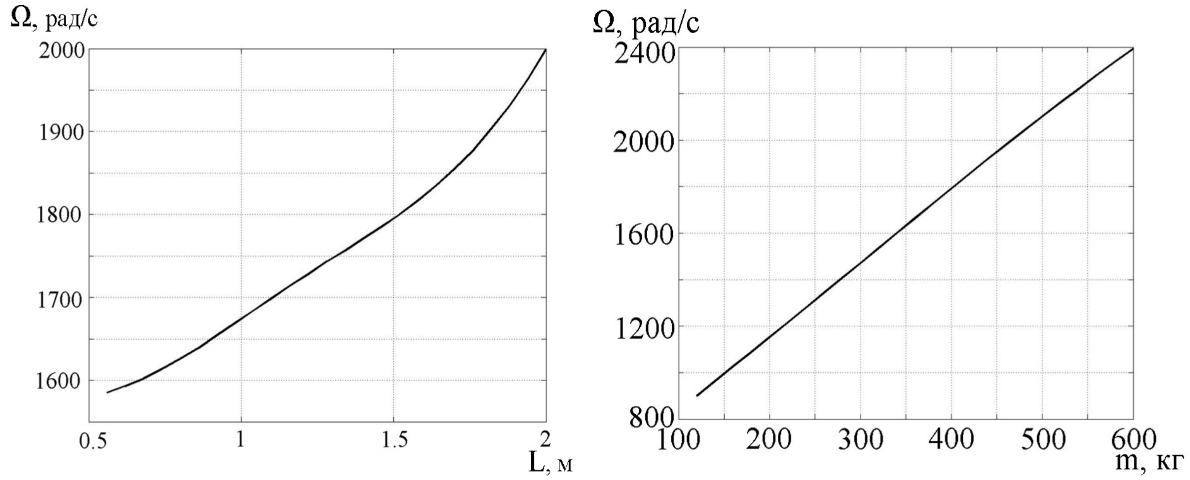
В процессе численных экспериментов установлено, что на области динамической неустойчивости ротора существенное влияние оказывают длина подшипника скольжения и вязкость смазочного слоя. Анализу подвергались угловые скорости, при которых наблюдается бифуркация Хопфа [7]. Области динамической неустойчивости системы на плоскости параметров (L_b, Ω) и (μ, Ω) приводятся на рис. 2*а*, *б*, соответственно. Выше представленной линии, равномерное вращение ротора является неустойчивым.



а) б)

Рис. 2. Зависимость угловой скорости, при которой наблюдается потеря устойчивости ротора, от следующих параметров: *а* – от длины подшипника; *б* – от вязкости смазочного слоя

Исследуем влияние основных параметров ротора на устойчивость его равномерного движения. В ходе численных экспериментов обнаружено, что на области динамической неустойчивости ротора существенно влияют масса диска и длина вала. Радиус диска, радиус вала, величина зазора между цапфой и подшипником существенно не влияют на устойчивость равномерного вращения ротора.



а) б)

Рис. 3. Зависимость угловой скорости, при которой наблюдается потеря устойчивости ротора, от следующих параметров: *а* – от массы диска; *б* – от длины вала

На рис. 3*а* показана зависимость угловой скорости вращения ротора, при которой наблюдается бифуркация Хопфа, от массы диска, а на рис. 3*б* показана зависимость этой же угловой скорости от длины вала. Подчеркнем, что пропорции длины вала сохранялись: $\frac{l_1}{l} = 0{,}4386$; $\frac{l_2}{l} = 0{,}5614$.

Из приведенных графиков видно, что при увеличении массы, частоты, при которых ротор теряет свою устойчивость равномерного вращения, значительно увеличиваются. Эта зависимость носит линейный характер. Длина вала так же существенно влияет на устойчивость движения ротора. С увеличением длины вала увеличиваются и частоты, при которых теряется устойчивость равномерного вращения.

Выводы.

Исследовано влияние основных параметров подшипника и ротора на устойчивость равномерного вращения ротора. Для описания давления в подшипнике скольжения используется уравнение Рейнольдса. Для исследования устойчивости равномерного вращения ротора исходная нелинейная система линеаризуется и отыскиваются характеристические показатели системы. Выявлено, что на динамику ротора существенно влияют такие параметры, как длинна подшипника, вязкость смазочного материала, масса диска и длинна вала. Опубликованы графики зависимости угловой скорости вращения ротора, при которой возникает бифуркация Хопфа, от перечисленных параметров системы.

Список литературы: **1.** *Коровчинский, М.В.* Теоретические основы работы подшипников скольжения [Текст] / М.В. Коровчинский – М.: МАШГИЗ, 1959. – 404 с. **2.** *Олимпиев, В.И.* О собственных частотах ротора на подшипниках скольжения [Текст] / В.И. Олимпиев // Изд. АН СССР, ОТН. – 1960.– №3. – С. 24-29. **3.** *Тондл, А.* Динамика роторов турбогенераторов [Текст] / А. Тондл. – Л.: Энергия, 1971. – 386 с. **4.** *Темис, М.Ю.* Расчет статических и динамических коэффициентов подшипника скольжения с учетом деформативности его рабочих поверхностей [Текст] / М.Ю. Темис // Вестник Гомельского государственного технического университета им. П.О. Сухого. – 2004. – № 4. – С. 25-32. **5.** *Яхно, О.М.* Про граничні умови при інтегруванні рівнянь гідродинаміки для радіального підшипника ковзання [Текст] / О.М Яхно, А.К. Кобринець, І.М. Хоменко // Промислова гідравліка и пневматика. – 2007. – № 4. – С. 37-40. **6.** *Аврамов, К.В.* Нелинейные нормальные формы автоколебаний однодискового несимметричного ротора в двух коротких подшипниках скольжения [Текст] / К.В. Аврамов // Проблемы прочности. – 2010. – № 4. – С. 130-144. **7.** *Аврамов, К.В.* Нелинейная динамика упругих систем. т.1. Модели, методы, явления [Текст] / К.В. Аврамов, Ю.В. Михлин. – М.–Ижевск: «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2010. – 704 с.

Поступила в редколлегию 01.02.12